

На правах рукописи

Шакирова Алсу Минсалиховна

**АНАЛИЗ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПЛЕНОЧНО-ТКАНЕВЫХ
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность
01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела"

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

КАЗАНЬ – 2008

Работа выполнена в Казанском государственном архитектурно-строительном университете на кафедре «Соппротивление материалов и основы теории упругости»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Каюмов Рашит Абдулхакович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Голованов Александр Иванович**,
доктор физико-математических наук,
профессор **Серазутдинов Мурат Нуриевич**

Ведущая организация: **Исследовательский центр проблем энергетике Казанского научного центра РАН**

Защита состоится « 19 » июня 2008 г. в 14 часов 30 минут в аудитории мех. 2 на заседании диссертационного совета Д 212.081.11 при Казанском государственном университете по адресу: 420008, Казань, ул. Кремлевская, 18.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке им. Н.И.Лобачевского Казанского государственного университета.

Автореферат разослан « 17 » мая 2008 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

А.А.Саченков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. В последнее время все шире используются пневматические и тентовые конструкции из пленочно-тканевых композитных материалов (ПТКМ). С появлением новых полимерных материалов растет разнообразие и область применения таких конструкций. В качестве достоинств сооружений из ПТКМ можно отметить невысокие капитальные затраты, малую материалоемкость, мобильность и быстроту монтажа.

Анализ опыта применения мягких конструкций показывает, что в отличие от традиционных сооружений, наибольшая эффективность их использования определяется не столько максимальным, сколько экономически обоснованным оптимальным сроком службы. В связи с этим возникает проблема создания ПТКМ не только с максимально возможной, но также с заранее заданной долговечностью в конкретных условиях эксплуатации. На сегодняшний день, одной из важнейших является оценка долговечности тканевых композитов с учетом старения материала под действием атмосферных факторов, температуры и ультрафиолетового облучения.

Принципиальные требования, предъявляемые к материалам пневматических конструкций, сводятся к двум: *прочности и воздухонепроницаемости*. Обоим этим требованиям удовлетворяют композиционные материалы, состоящие из силовой основы (ткани или сетки) и воздухонепроницаемого слоя (полимерного покрытия или дублирующей пленки).

Для оценки длительной прочности данного типа материалов необходимо знать напряженно-деформированное состояние (НДС) каждой компоненты композита в масштабе элементарной ячейки ткани. Создание компьютерной конечно-элементной модели элементарной ячейки композита, в которой варьируются физико-механические и геометрические параметры структурных составляющих позволит планировать натурные эксперименты и находить новые пути оптимизации структуры и эксплуатационных свойств композита.

Цели работы:

1. Построить модель поведения фаз армированных полимерных композитных материалов с учетом нелинейной упругости, деформаций ползучести, процессов накопления микрповреждений, старения и деструкции материала под действием ультрафиолетового облучения.
2. Разработать методику численного решения уравнений механики для представительной ячейки композитного материала, находящейся под действием силовых и несиловых внешних воздействий с учетом геометрической и физической нелинейностей.
3. Создать компьютерную структурно-имитационную модель элементарной ячейки ПТКМ, провести численные эксперименты, выявить закономерности поведения ПТКМ, его напряженно-деформированного состояния и долговечности при варьировании его геометрических и механических параметров.

Научная новизна:

1. Разработана модель деформирования композитного материала, учитывающая вязкоупругие свойства материала, процессы накопления в нем микрповреждений и фотодеструкции, а также геометрическую и физическую нелинейности.
2. Разработана методика расчета и программное обеспечение, для исследования НДС и оценки долговечности ПТКМ с учетом геометрической и физической нелинейностей, старения, ползучести, накопления микрповреждений и фотодеструкции материала.
3. Выявлены закономерности напряженно-деформированного состояния и долговечности ПТКМ.

Обоснованность и достоверность обеспечивается корректностью постановки задач, применением строгих математических методов, согласованностью численных решений в некоторых частных случаях с известными аналитическими решениями, практической сходимостью численных решений.

На защиту выносятся:

1. Построение математических моделей деформирования полимерных КМ с учетом старения материала, деформаций ползучести, процессов фотодеструкции материала, накопления микрповреждений, конечности перемещений, физической нелинейности.
2. Методика, алгоритм и программа для ЭВМ расчета НДС и оценки долговечности элементарной ячейки ПТКМ с учетом старения, ползучести, накопления микрповреждений и влияния ультрафиолетового излучения при конечных перемещениях с учетом физической нелинейности.
3. Результаты численных экспериментов, полученных при помощи разработанной методики, закономерности поведения ячейки ПТКМ и ее долговечности в зависимости от геометрических и механических характеристик.

Апробация работы. Основные результаты и положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на всероссийских и международных конференциях и семинарах. В том числе: на итоговых научных конференциях Казанского государственного архитектурно-строительного университета (2005 – 2008 г.г.); XXII международной конференции «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов» (Санкт-Петербург, 2007 г.); XIII, XIV международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г.Горшкова (Москва, 2007, 2008 г.г.); Четвертой Всероссийской научной конференции с международным участием: «Математическое моделирование и краевые задачи: МЗЗ. Математические модели механики, прочности, надежности элементов конструкций» (Самара, 2007 г.).

В целом работа докладывалась на кафедре «Сопротивления материалов и основы теории упругости» Казанского государственного архитектурно-строительного университета в 2008 году.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 12 печатных работ, одна из них в рецензированном издании из списка ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 145 страниц, включая 10 таблиц, 52 рисунка и список литературы из 155 наименований.

Автор считает своим приятным долгом выразить искреннюю и глубокую благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору *Каюмову Рашиду Абдулхаковичу* за постоянное внимание, содействие и помощь, оказанные на всех этапах работы, а также коллективу кафедры «*Сопротивление материалов и основы теории упругости*» Казанского государственного архитектурно-строительного университета за предоставленные и столь ценные в период выполнения диссертации материалы и консультации.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность изучаемой проблемы, сформулирована цель работы, кратко изложено содержание диссертации, и приведены основные результаты, которые выносятся на защиту.

Раздел 1 посвящен краткому обзору работ, связанных с исследованием долговечности ПТКМ при воздействии эксплуатационных факторов, а также работ, посвященных разработке методов расчета с учетом накопления повреждений, ползучести, геометрической и физической нелинейностей.

Отмечается, что одним из наиболее существенных недостатков современных материалов типа ПТКМ является низкая стабильность их свойств во времени. С течением времени под воздействием механических напряжений и климатических факторов материалы стареют – в них протекают процессы, сопровождающиеся изменением их химического состава и физической структуры, что приводит к падению прочности материала. К определенному сроку службы материал ограждения перестает быть достаточно прочным, наступает предельное состояние всего сооружения.

Анализ литературы показал, что долговечность ПТКМ зависит от ряда факторов: химической основы армирующих тканей и вида полимеров в покрытиях, толщины полимерного покрытия по ткани и степени его светопропускания, величины и вида механических напряжений в материалах, интенсивности эксплуатационных воздействий. Выявлено, что одним из основных факторов старения ПТКМ во времени является температура и солнечная радиация.

Вопросам старения полимерных строительных материалов посвящены работы Воробьева В.А., Елшина И.М., Зайцева А.Г., Зуева Ю.С., Минскера К.С., Федосеевой П.С., Рэнби Б., Рабекка Я, Сулейманов А.М. К основным факторам старения полимерных материалов они относили температуру и влажность окружающей воздушной среды, наличие в окружающей воздушной среде агрессивных газов или паров и т.д. Показано, что солнечный свет, а

именно его ультрафиолетовая часть, является наиболее агрессивным фактором старения этих материалов.

Из анализа работ, посвященных разработке теории накопления повреждений, видно, что теория накопления повреждений, разработанная Ю.Н. Работновым и Л.М. Качановым явилась основой для получения ряда критериевых соотношений длительного разрушения различных материалов.

Исходная искривленность нитей тканой армирующей основы и малая жесткость матрицы, выделяют ПТКМ как особый тип композиционных материалов, а именно высокодеформативных (10-15%). Даже при небольших деформациях композита в целом при рассмотрении деформирования ткани появляется необходимость учитывать геометрическую нелинейность, поскольку углы поворота нитей уже не являются малыми. Следовательно, использование линейной теории может привести к большому расхождению результатов численных и натурных экспериментов. Поэтому актуальным является разработка методики расчета рассматриваемых объектов в геометрически и физически нелинейной постановке.

Отмечается, что анализ литературы подтверждает актуальность определения долговечности ПТКМ с учетом физической нелинейности, ползучести, накопления микрповреждений, облучения ультрафиолетом при конечных перемещениях.

В разделе 2 описана общая постановка задачи, приведена геометрия элементарной ячейки ПТКМ, создана математическая модель материала типа ПТКМ.

Для облегчения решения задачи в геометрически нелинейной постановке она решается в приращениях, разрешающие соотношения приводятся в матричной форме в предположении о плоской деформации рассматриваемого представительного элемента.

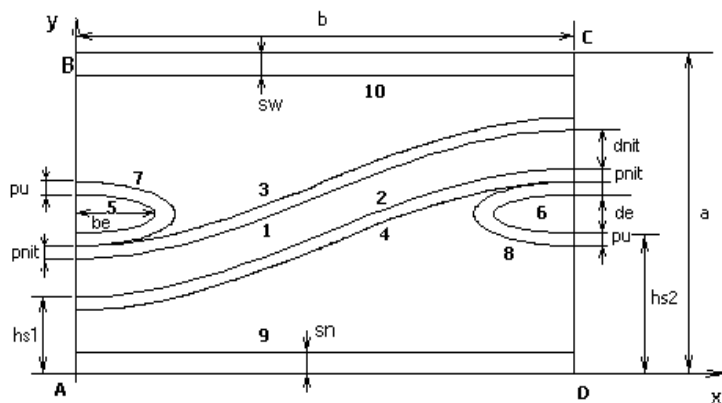


Рис. 1

Геометрия элементарной двумерной ячейки пленочно-тканевого композита

Исследуемый композитный материал на тканевой основе рассматривается как неоднородная структура. Для расчета долговечности ПТКМ рассматривается представительный элемент этого материала.

Для оценки длительной прочности композитного материала на тканевой основе необходимо знать НДС каждой компоненты композита в масштабе элементарной ячейки ткани.

Регулярность структуры ПТКМ, изготовленного на основе ткани с плотным переплетением нитей основы и утка, позволяет выделить одну его ячейку, образованную двумя соседними парами нитей (основы и утка) (рис. 1).

Приращение полной деформации для композита складывается из приращений упругой деформации, деформации ползучести и деформации, возникающей от наличия поврежденности. В векторной форме это можно записать в виде:

$$\{\Delta \hat{\varepsilon}\} = \{\Delta \varepsilon^e\} + \{\Delta \varepsilon^c\} + \{\Delta \varepsilon^\omega\} \quad (1)$$

где $\{\Delta \hat{\varepsilon}\}$ – приращение вектора полной деформации, $\{\Delta \varepsilon^e\}$ – приращение вектора упругой деформации, $\{\Delta \varepsilon^c\}$ – приращение вектора деформации ползучести, $\{\Delta \varepsilon^\omega\}$ – приращение вектора деформации, возникающей от наличия поврежденности.

Поскольку углы поворота нитей уже не являются малыми, то используются геометрически нелинейные соотношения между деформациями и перемещениями. Тогда вектор упругой деформации можно представить в виде суммы линейной и нелинейной частей: $\{\varepsilon^e\} = \{\varepsilon^e\}^{лин} + \{\varepsilon^e\}^{нелин}$. Которые для случая плоской деформации могут быть записаны в виде:

$$\{\varepsilon^e\}^{лин} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^e \\ \varepsilon_{yy}^e \\ \varepsilon_{xy}^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon^e\}^{нелин} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^e \\ \varepsilon_{yy}^e \\ \varepsilon_{xy}^e \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right] \end{Bmatrix}.$$

Физически нелинейные соотношения между приращениями напряжений и приращениями упругих деформаций использовались в виде:

$$\{\Delta \sigma\} = \left[\tilde{D}(\varepsilon^e) \right] \{\Delta \varepsilon^e\}. \quad (2)$$

Скорость деформации ползучести в общем случае, зависят от многих параметров процесса:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \varphi(\sigma_i, W_u, \varepsilon^c, \omega, T),$$

где σ_i – интенсивность напряжений, W_u – параметр, определяющий уровень фотодеструкции, ε^c – деформация ползучести, ω – параметр поврежденности, T – температура. Но экспериментальное определение этих зависимостей – очень сложная задача. Поэтому принимались некоторые упрощающие предположения. Во-первых, по гипотезе Качанова накопление микроповреждений не влияет на процесс ползучести, т.е. механизм процессов ползучести и разрушения, в общем, различен. Во-вторых, температура считалась равной некоторой среднегодовой величине. В результате использовалась теория течения в виде:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \varphi(\sigma_i).$$

и теория упрочнения в виде:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \varphi(\sigma_i, \varepsilon_i^c).$$

Здесь $\sigma_i, \varepsilon_i^c$ – интенсивности напряжения и деформации ползучести соответственно.

В данной работе соотношение для скорости деформации ползучести с учетом теории течения принималось в виде:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = C(\sigma_i)[D^{-1}]\{\sigma\}, \quad C(\sigma_i) = (s_0 + s_1 \sigma_i)^\xi,$$

а с учетом теории упрочнения:

$$\{\dot{\varepsilon}^c\} = \frac{C(\sigma_i)[D^{-1}]\{\sigma\}}{(\kappa \cdot \varepsilon^c + 1)},$$

где σ_i – интенсивность напряжений, $[D^{-1}]$ – матрица, обратная матрице упругих постоянных для плоского деформированного состояния, s_0, s_1, ξ, κ – постоянные.

Для учета накопления в теле микроповреждений использовался параметр поврежденности ω , который описывает накопление в материале дефектов типа микротрещин, микропор. Для ω принято кинетическое уравнение:

$$d\omega/dt = \Omega(\sigma, \omega, W_u). \quad (3)$$

Далее, под воздействием внешних несиловых агрессивных воздействий, в частности, ультрафиолетового облучения, происходят фазовые превращения и изменения механических свойств полимерной матрицы ПТКМ, которые назовем деструкцией материала (от воздействия ультрафиолета – его фотодеструкцией). В результате вторичных реакций происходит распространение этого процесса – диффузия деструкции в толщу материала в некотором слое высоты h_w , который идет со стороны поверхности, подверженной облучению. В связи с этим используется скалярный параметр W_u – параметр фотодеструкции. Считается, что он пропорционален интенсивности облучения γ . Для него в качестве определяющего соотношения принимается эволюционное уравнение вида:

$$dW_u/dt = U(\sigma, \omega, W_u, h_w).$$

Принимая для простоты, что поверхность облучения представляет собой плоскость, процесс проникновения фотодеструкции вглубь материала будем описывать уравнением, аналогичным соотношению (3):

$$dh_w/dt = R(\sigma, \omega, W_u, h_w).$$

Жесткостные характеристики материала, входящие в матрицу D , можно в первом приближении считать зависящими от времени t ввиду старения материала, структурных параметров, накопления микроповреждений, параметра фотодеструкции:

$$D = D(\omega, W_u, t).$$

Условие прочности материала будем описывать уравнением вида:

$$f(\sigma, \varepsilon, \omega, W_u, g) = 1.$$

Здесь g – структурные параметры, включающие в себя, в частности, предел прочности или характерную длину микротрещины.

Далее приведены упрощенные соотношения для стареющего ПТКМ.

В первом простейшем приближении физический закон изменения модуля упругости E был принят в виде:

$$E = \begin{cases} E_{00}(t)(1-\omega)^\beta, & y < (a - h_w) \\ \dot{A}_{00}(t)(1-\omega)^\beta [1 - (\frac{h_w - (a - y)}{h_w})^\vartheta f_0 \arctg(\frac{W_u}{u_0})], & y > (a - h_w) \end{cases}.$$

Константы, входящие в эти соотношения, (для каждой области в композите они различны) предполагаются определенными из эксперимента. Коэффициент Пуассона принимался равным 0,45.

Кинетическое уравнение относительно ω было принято в следующей форме:

$$\frac{d\omega}{dt} = B \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0} \right)^k \frac{1}{(1-\omega)^g} \left[1 + \left(\frac{W_u}{u_\omega} \right)^\chi \right].$$

Постоянные B, k, g, χ, u_ω нужно получать из экспериментов.

Параметр W_u , характеризующий уровень фотодеструкции, для простоты аппроксимировался по области рассматриваемой ячейки некоторой функцией с коэффициентами, для которых принимались соотношения типа (3). Для этого был введен параметр $W_{u0}(x)$ – уровень фотодеструкции на поверхности $y = a$, подвергаемой облучению, а закон распределения степени фотодеструкции по глубине в расчетах считался линейным:

$$\begin{cases} W_u = W_{u0} \left(1 - \frac{a - y}{h_w} \right), & y \geq (a - h_w) \\ W_u = 0, & y < (a - h_w) \end{cases}.$$

Относительно h_w – глубины проникновения фотодеструкции и параметра W_{u0} использовались эволюционные уравнения в виде:

$$\dot{W}_{u0} = \gamma \gamma_u \frac{(1 + \frac{\sigma_{i0}}{\sigma_{i00}})^{m_u}}{(1 + \frac{W_{u0}}{W_{u1}})^{n_u}}, \quad m_u, n_u > 0, \quad \dot{h}_w = \frac{\gamma_h \gamma \left[\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_h} \right)^{m_h} + 1 \right] W_{u0}^{q_h}}{\left[1 + \frac{h_w}{h_0} \right]^{p_h} \left[1 + \frac{W_{u0}}{W_{uh}} \right]^{n_h}},$$

здесь γ – интенсивность ультрафиолетового облучения, $W_{u1}, n_u, m_u, \gamma_u, \sigma_{i00}, \sigma_h, \gamma_h, h_0, m_h, p_h, n_h, q_h, W_{uh}$ – константы, определяемые из экспериментов, σ_{i0} – интенсивность напряжений на поверхности $y = a$.

Критерий разрушения принимался следуя работам Работнова Ю.Н. в упрощенном виде:

$$\omega = 1, \quad t = t_{крит},$$

где $t_{крит}$ – время, при котором наступает разрушение.

В разделе 3 описаны численные методы, которые использовались при построении двумерной конечно-элементной компьютерной модели элементар-

ной ячейки ПТКМ: метод конечных элементов дискретизации области и метод догружений для линеаризации задачи.

Для анализа напряженно деформированного состояния используется принцип виртуальной работы в приращениях

$$\iiint_V \{\Delta \sigma\}^T \delta\{\Delta \hat{\varepsilon}\} dV = \iint_{S_\sigma} \{\Delta P\}^T \delta\{\Delta u\} dS,$$

где $\{\Delta P\}$ – вектор приращений внешних поверхностных сил, $\{\Delta u\}$ – вектор приращений перемещений.

Дискретизация задачи по пространственным координатам осуществляется методом конечных элементов, в качестве которых приняты шестиузловые треугольные элементы с квадратичной аппроксимацией перемещений.

Учитывая (2), получим:

$$\int_V [\tilde{D}(\varepsilon^e)] \{\Delta \varepsilon^e\} \delta\{\Delta \hat{\varepsilon}\} dV = \{\Delta P\} \delta\{\Delta u\}. \quad (4)$$

Из соотношения (1) приращение упругой части деформации $\{\Delta \varepsilon^e\} = \{\Delta \hat{\varepsilon}\} - \{\Delta \varepsilon^c\} - \{\Delta \varepsilon^\omega\}$ подставляем в (4) и получаем следующее разрешающее уравнение:

$$\int_V [\tilde{D}(\varepsilon^e)] \{\Delta \hat{\varepsilon}\} \delta\{\Delta \hat{\varepsilon}\} dV = \{\Delta P\} \delta\{\Delta u\} + \{\Delta P_{\text{фикт}}^c\} + \{\Delta P_{\text{фикт}}^\omega\}.$$

Здесь фиктивные силы $\{\Delta P_{\text{фикт}}^c\}$, $\{\Delta P_{\text{фикт}}^\omega\}$, отвечающие за ползучесть и накопление микроповреждений, соответственно, вычисляются с помощью накопленных значений деформаций ε^c и ε^ω :

$$\{\Delta P_{\text{фикт}}^c\} = \int_V [\tilde{D}(\varepsilon^e)] \{\Delta \varepsilon^c\} \delta\{\Delta \hat{\varepsilon}\} dV, \quad \{\Delta P_{\text{фикт}}^\omega\} = \int_V [\tilde{D}(\varepsilon^e)] \{\Delta \varepsilon^\omega\} \delta\{\Delta \hat{\varepsilon}\} dV.$$

Компоненты матрицы $[\tilde{D}(\varepsilon^e)]$ принимались в виде:

$$[\tilde{D}] = \begin{bmatrix} \frac{D_{11}^e}{1 + C_1^2 I_1^2 + C_2 I_2^2} & \frac{D_{11}^e}{1 + C_1^2 I_1^2 + C_2 I_2^2} \cdot \frac{\nu}{1 + \nu} & 0 \\ \frac{D_{11}^e}{1 + C_1^2 I_1^2 + C_2 I_2^2} \cdot \frac{\nu}{1 + \nu} & \frac{D_{11}^e}{1 + C_1^2 I_1^2 + C_2 I_2^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D_{33}^e}{1 + B_1^2 I_1^2 + B_2^2 I_2^2} \end{bmatrix},$$

$$\text{где } I_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}, \quad I_2 = -\varepsilon_{11} \varepsilon_{22} - \varepsilon_{22} \varepsilon_{33} - \varepsilon_{33} \varepsilon_{11} + \frac{\gamma_{12}^2}{4} + \frac{\gamma_{23}^2}{4} + \frac{\gamma_{31}^2}{4}.$$

Здесь D_{11}^e, D_{33}^e – компоненты матрицы упругих констант для плоского деформированного состояния изотропного материала $[D^e]$, I_1, I_2 – первый и второй

инварианты тензора упругой части деформации, соответственно, C_1, C_2, B_1, B_2 – постоянные, ν – коэффициент Пуассона.

Для численного интегрирования по времени применялся метод Эйлера. В начальный момент времени неупругие составляющие деформации считались отсутствующими, а напряжения определялись из решения упругой задачи:

$$t = 0: \quad \{\varepsilon^c\}_0 = \{\varepsilon^\omega\}_0 = 0, \quad \omega_0 = 0, \quad (W_u)_0 = 0, \quad \{\sigma\}_0 = [D]\{e\}.$$

Здесь и далее нижние индексы показывают номер шага по времени. В другие моменты времени вектор деформации ползучести $\{\varepsilon^c\}$ можно приближенно вычислить следующим образом: $\{\Delta\varepsilon_{n+1}^c\} = C((\sigma_i)_n) [D^{-1}]_n \{\sigma_n\} \Delta t$.

Для параметров поврежденности и фотодеструкции численное интегрирование ведется по следующему алгоритму:

$$\omega_{n+1} = \frac{d\omega}{dt} \Delta t + \omega_n, \quad (W_{u0})_{n+1} = \frac{d(W_{u0})}{dt} \Delta t + (W_{u0})_n,$$

$$(h_w)_{n+1} = \frac{d(h_w)}{dt} \Delta t + (h_w)_n.$$

Выражение для вектора деформаций $\{\varepsilon^\omega\}$, появляющихся ввиду накопления поврежденностей, в текущий момент времени t_{n+1} ($n = \overline{0, N-1}$), вычислялось в следующем виде:

$$\{\Delta\varepsilon_{n+1}^\omega\} = z[D]_n^{-1} \{\sigma\}_n (\omega_n)^{k_\omega} \Delta t,$$

здесь z, k_ω – некоторые константы.

С помощью найденных таким образом значений $\{\Delta\varepsilon_{n+1}^\omega\}, \{\Delta\varepsilon_{n+1}^c\}$ определяется вектор узловых перемещений $\{q\}_{n+1}$, а затем векторы деформаций и напряжений $\{\hat{\varepsilon}\}_{n+1}, \{\sigma\}_{n+1}$.

Раздел 4 посвящен тестированию разработанных алгоритмов и программ.

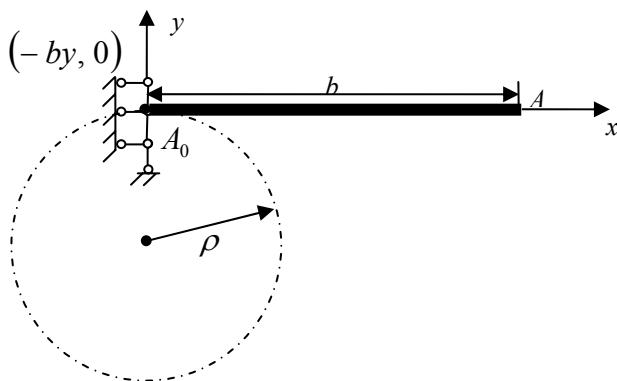


Рис. 2

Изгиб балки сосредоточенным моментом

сосредоточенным моментом. Сравнение численных результатов с аналитическим решением демонстрирует хорошую сходимость метода, например, погрешность составила порядка 0,3% при изгибе балки в полукольцо при условии,

Для тестирования было найдено аналитическое решение задачи о больших деформациях бруса при простом растяжении. Погрешность численного решения этой задачи (при удлинении бруса в два раза), по сравнению с аналитическим решением, составила менее 1%, при условии, что делалось 100 приращений (шагов) по нагрузке.

Рассматривалась также задача о больших изгибах консольной балки

о больших изгибах консольной балки

что делалось 100 приращений (шагов) по нагрузке. Это свидетельствует о работоспособности разработанного подхода и достоверности результатов решения.

В разделе 5 исследованы поведение представительной ячейки ПТКМ, закономерности изменения долговечности ПТКМ при варьировании некоторых геометрических и механических параметров структурных составляющих композита. При этом рассматривались следующие случаи: а) без учета геометрической и физической нелинейности; б) с учетом физической нелинейности; в) с учетом геометрической нелинейности; г) с учетом геометрической и физической нелинейностей. Результаты расчетов представлены графически.

Сечение рассматриваемой элементарной ячейки ПТКМ показано на рис. 1. Тканевая основа имеет полотняное плетение.

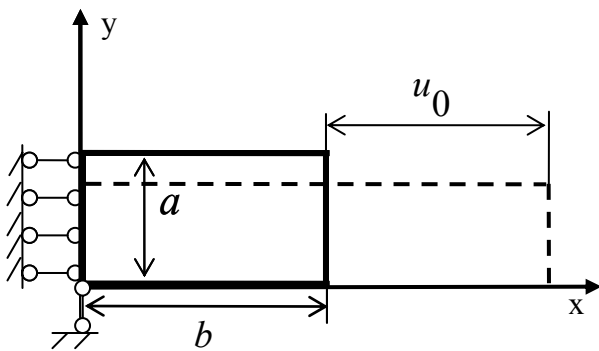


Рис. 3
Схема нагружения

Результаты расчетов рассматриваемого элемента композита приведены при следующих граничных условиях. В узлах на поверхности элемента $x = 0$ закреплены горизонтальные составляющие перемещений, а в левом нижнем углу — и по вертикали. Торцу $x = b$ задаются перемещения, составляющие 15-20% от длины представительной ячейки (рис. 3). Поверхность элемента

$y = a$ подвергается облучению ультрафиолетом. С течением времени в матрице происходит релаксация напряжений, однако в результате фотодеструкции под действием облучения и накопления микрповреждений в некоторый момент времени нарушается условие прочности $\omega = 1$. Это значение времени $t = t^*$ далее называется долговечностью. Физически оно соответствует моменту времени, в который начинается рост макротрещины в матрице, приводящей к оголению нитей ПТКМ, доступу к ним ультрафиолетового облучения и их фотодеструкции.

Расчеты производились в безразмерной форме. Все геометрические параметры отнесены к толщине нити основы $dnit$, а механические, в частности модуль Юнга E , к некоторому параметру E_0 , а долговечность t^* отнесена к величине t_0 .

Вначале задача решалась в линейно-упругой постановке лишь с учетом геометрической нелинейности. Здесь область разделена только на основу, уток и матрицу, т.е. при решении задачи в геометрической модели ячейки пленочно-тканевого композита прослойки отсутствовали. Также отсутствовал и светозащитный слой. Каждой области ячейки соответствовали свои механические характеристики: постоянный модуль упругости ($E^{осн}$, $E^{мат}$, $E^{уток}$) и коэффициент Пуассона ($\nu^{осн}$, $\nu^{мат}$, $\nu^{уток}$).

Качественная картина деформации представительной ячейки приведена на *рис. 4*. Штриховой линией приведена картина деформирования представительной ячейки по линейной теории, а сплошной – по геометрически нелинейной.

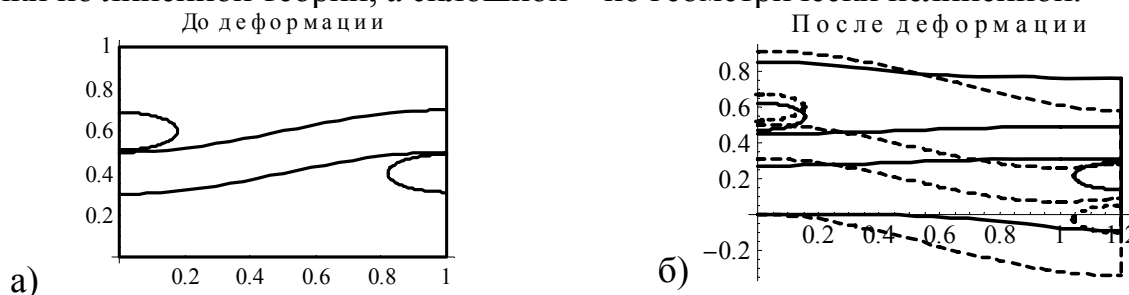


Рис. 4

Исходное и деформированное состояния представительного элемента ПТКМ.

Из *рис. 1* видно, что искривление нити определяются параметрами $hs1$ и $hs2$. Форма нижней границы нити задавалась функцией $y = hs1 + A(1 - \cos(\pi x/b))$, где амплитуда косинусоиды $A = hs2 + de - hs1$.

На *рис. 5* показана зависимость нагрузки от удлинения при разных значениях A , причем, сохраняется кососимметричность расположения армирующих элементов в области представительной ячейки. Пятый случай соответствует отсутствию искривлений в нитях.

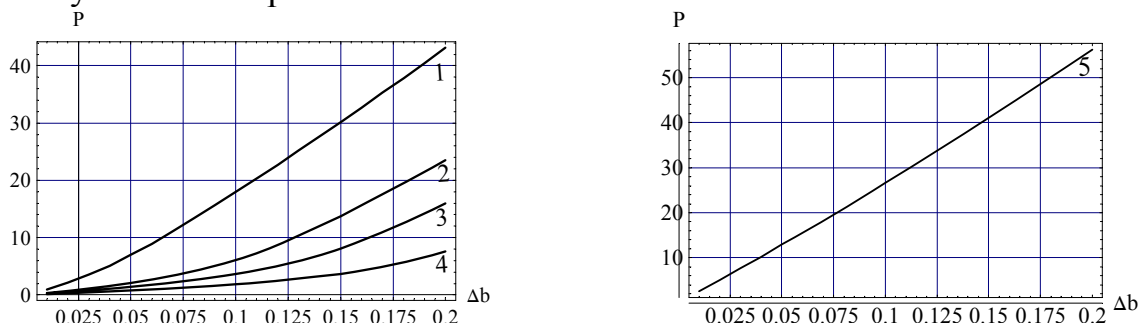


Рис. 5

Зависимость нагрузки от удлинения $P(\Delta b)$: 1 - $hs1=0.3$, $hs2=0.3$, 2 - $hs1=0.2$, $hs2=0.4$, 3 - $hs1=0.15$, $hs2=0.45$, 4 - $hs1=0.1$, $hs2=0.5$, 5 - $hs1=0.4$, $hs2=0.2$.

В модельных задачах, рассматриваемых ниже, принималось, что существуют прослойки между матрицей и нитями основы и утка, а также имеется светозащитный слой.

На *рис. 6* и *рис. 7*. приведены результаты решения задачи с учетом процессов ползучести, накопления микрповреждений, фотодеструкции и с учетом геометрической и физической нелинейностей. Для сравнения там же приведены результаты решения задачи с учетом вышеуказанных процессов, но при различных сочетаниях геометрической и физической нелинейностей.

Для исследования влияния геометрической нелинейности необходимо вычислять физические компоненты напряжений в точке B . Например, между компонентами напряжений $\sigma_{физ}^{11}$ и σ^{11} существует связь:

$$\sigma_{физ}^{11} = \sigma^{11} \sqrt{\frac{G_{11}}{G^{11}}},$$

где G_{11}, G^{11} – ковариантная и контравариантная компоненты метрического тензора в деформированном состоянии в точке B :

$$G_{11} = (\vec{G}_1 \cdot \vec{G}_1) = \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 (\vec{e}_1, \vec{e}_1), \quad G^{11} = (\vec{G}^1 \cdot \vec{G}^1) = \frac{(\vec{e}_1, \vec{e}_1)}{\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2}.$$

Здесь \vec{e}_1 – базисный вектор в недеформированном состоянии, \vec{G}_1, \vec{G}^1 – ко- и контравариантные базисные векторы в деформированном состоянии ($(\vec{G}_1 \cdot \vec{G}^1) = 1$), u – горизонтальная компонента вектора перемещений. Тогда для вычисления физической компоненты напряжений $\sigma_{\text{физ}}^{11}$ получим:

$$\sigma_{\text{физ}}^{11} = \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 \sigma^{11}.$$

В результате численного эксперимента были получены зависимости интенсивности напряжений в опасном элементе от амплитуды искривления нити в линейном и нелинейном случае. Как видно из *рис. 6* в геометрически линей-

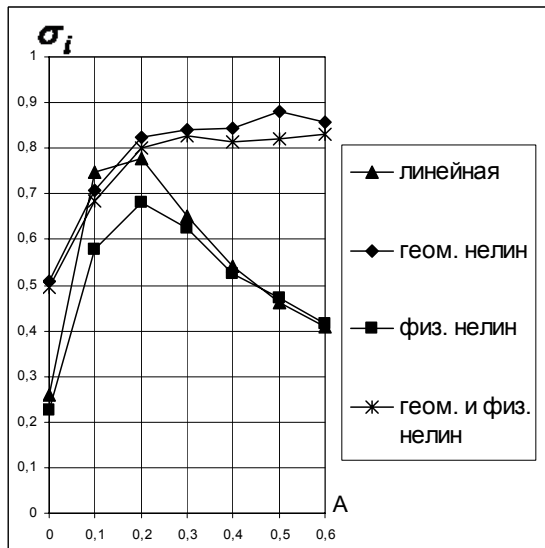


Рис. 6

Изменение интенсивности напряжений в матрице σ_i в зависимости от амплитуды искривления нити A

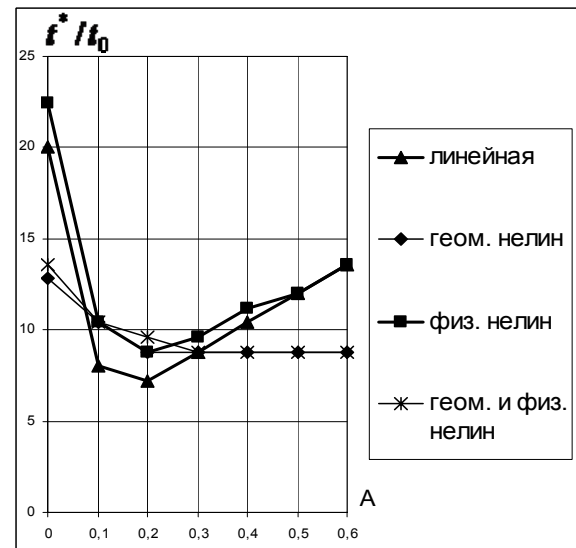


Рис. 7

Изменение долговечности t^*/t_0 в зависимости от амплитуды искривления нити A

ной постановке влияние искривленности нитей на напряженное состояние, возникающее в опасной точке $x=0, y=a$, является неочевидным. Было обнаружено, что вопреки ожиданиям интенсивность напряжений достигает максимального значения не при $A=A_{\text{max}}$, а при некотором $0 < A^* < A_{\text{max}}$ (этот эффект был отмечен ранее в работах Каюмова Р.А., Мухамедовой И.З., Сулейманова А.М.). Это приводит к тому, что долговечность ПТКМ минимальна при некотором $A = A^*$ (см. *рис. 7*).

Результаты исследования этой же задачи с учетом конечности перемещений и деформаций приведены на *рис. 6* в виде зависимости интенсивности

напряжений от величины A . Видно, что в геометрически нелинейной постановке, как и ожидалось, интенсивность напряжений растет с увеличением амплитуды A .

Таким образом, учет геометрической нелинейности дает не только количественно, но и качественно другую картину деформирования. Эти примеры подтверждают необходимость учета геометрической нелинейности при решении задач для композитного материала на тканевой основе.

Далее был проведен анализ влияния геометрических и механических характеристик на долговечность элементарной ячейки ПТКМ. Некоторые результаты этих исследований приведены на *рис. 8*. Этот анализ выявил ряд закономерностей, например следующие.

1. Геометрически линейная и геометрически нелинейная теории приводят к следующим одинаковым закономерностям в зависимости долговечности t^* от структуры ячейки ПТКМ.
 - 1.1. Как и ожидалось, увеличение относительной толщины ячейки $a/dnit$ приводит к увеличению t^* (\sim на 150% при увеличении относительной толщины от 5 до 9).
 - 1.2. Увеличение относительного шага плетения $b/dnit$ мало ($\sim 10\%$ при увеличении шага плетения от 5 до 9) влияет на долговечность.
 - 1.3. Уплотнение утка (т.е. увеличение величины $be/dnit$) на долговечность также влияет не сильно.
2. Отличие геометрически линейной и геометрически нелинейной теории проявляется в следующем.
 - 2.1. Относительная толщина утка ($be/dnit$) при использовании геометрически линейных соотношений практически не влияет на долговечность, а когда используются геометрически нелинейные соотношения, то увеличение относительной толщины утка ведет к уменьшению долговечности (\sim на 30% при увеличении относительной толщины утка от величины 0.5 до 1).
 - 2.2. В линейном случае существует такое значение амплитуды искривления нити основы $A = A^*$, при котором долговечность минимальна. В геометрически нелинейном случае такой критической точки нет: с увеличением A долговечность падает, но после $A = A^*$ – долговечность почти не меняется.
3. Учет физической нелинейности при наличии светозащитного слоя (слои №9, №10 на *рис. 1*) приводит к качественным изменениям в закономерностях для долговечности: без учета физической нелинейности изменение жесткости светозащитного слоя (E_{pn}) очень сильно влияет на долговечность, а изменение свойств матрицы (E_{matr}) практически на долговечность не влияет. В случае учета физической нелинейности напротив – изменение E_{matr} оказывает значительное влияние на долговечность, а изменение E_{pn} – на нее не влияет.

4. Увеличение жесткости нити основы $Enit$ или нити утка $Eutka$ (в 5 раз) приводит к небольшому падению долговечности на 1-3%. То, что изменение жесткости нити влияет мало, объясняется тем, что жесткость нити изначально на много больше жесткости матрицы.

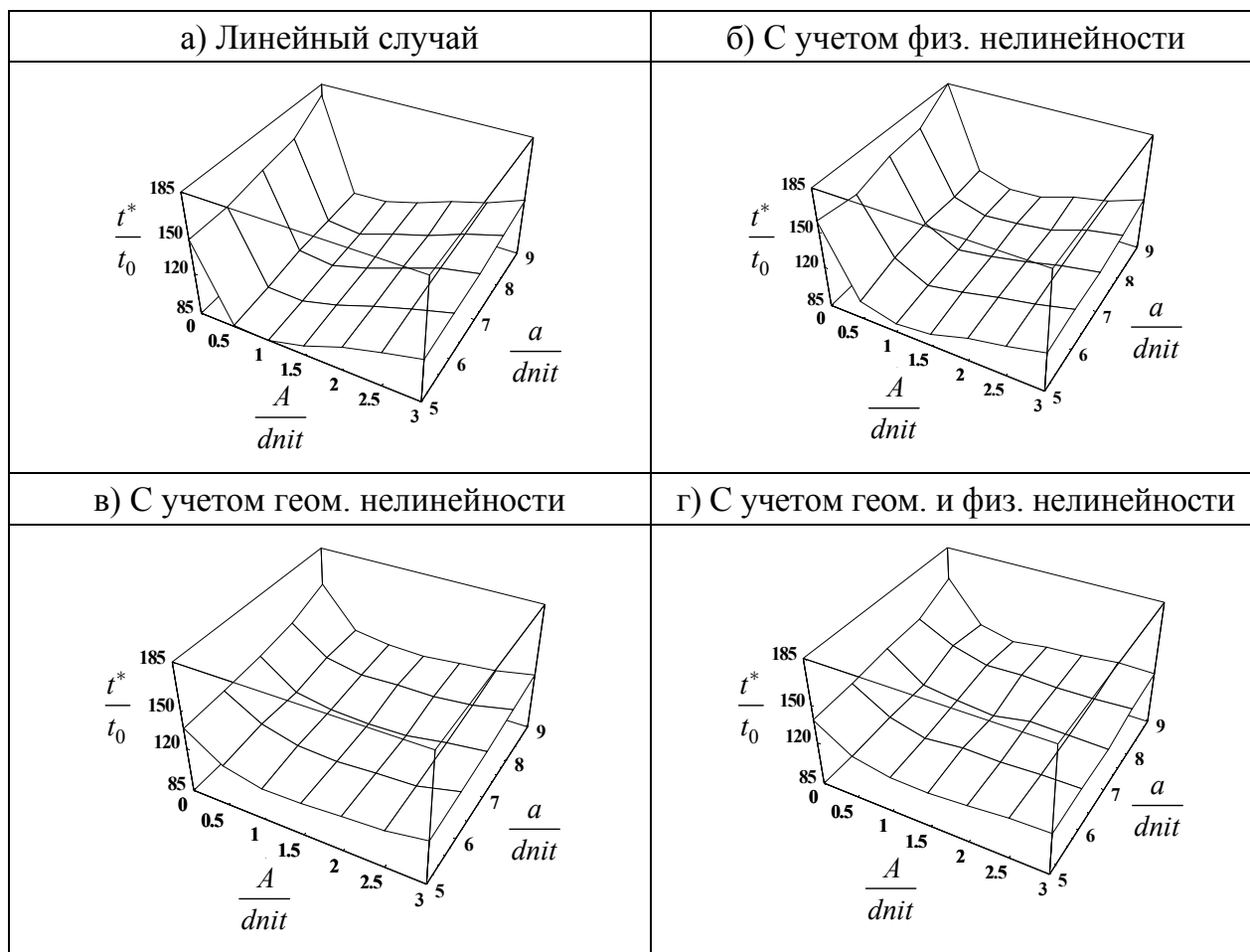


Рис. 8

Изменение долговечности ПТКМ – t^* в зависимости от соотношения общей относительной толщины $a/dnit$ и от амплитуды искривления нити основы $A/dnit$

Основные результаты

1. Построены модели поведения фаз армированных полимерных композитных материалов с учетом нелинейной упругости, деформаций ползучести, процессов накопления микрповреждений, старения и деструкции материала под действием ультрафиолетового облучения.
2. Разработана методика численного расчета напряженно-деформированного состояния и долговечности элементарной ячейки пленочно-тканевого композитного материала с учетом перечисленных выше усложняющих факторов.
3. Созданы программы для расчета НДС и долговечности ячейки ПТКМ с учетом процессов ползучести, накопления повреждений, фотодеструкции при конечных перемещениях и с учетом физической нелинейности, в которых могут варьироваться физико-механические и геометрические параметры структурных составляющих ячейки.

4. Методики и программы были оттестированы на задачах, имеющих аналитическое решение. Показано, что они имеют достаточную для практических расчетов точность решения с учетом геометрической и физической нелинейностей, процессов накопления микрповреждений, старения и деструкции материала. Разработанная методика показала хорошую сходимость при уменьшении шага по времени и при увеличении количества шагов по нагрузке.
5. Выявлено, что пренебрежение геометрической и физической нелинейностями может дать большую погрешность при определении долговечности ПТКМ.
6. Проведены численные эксперименты, которые выявили ряд закономерностей при варьировании геометрических и физических характеристик ПТКМ.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 05-01-00294 и № 06-08-01170).

Публикации по теме диссертации.

1. Шакирова А. М. Методы решения геометрически нелинейных плоских задач теории упругости // Материалы 58-й Республиканский научный конференции. Сборник научных трудов докторантов и аспирантов. Казань: КГАСУ, 2006 г. – С. 228 – 231.
2. Каюмов Р.А., Куприянов В. Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Деформирование представительной ячейки пленочно-тканевого композита при конечных перемещениях // Механика композиционных материалов и конструкций. Том 13, №2, апрель – июнь 2007. Москва: «РАН», 2007 г. – С. 165 – 173.
3. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Методика анализа ячейки композита на тканевой основе с учетом геометрической и физической нелинейности // «Математические методы и модели в науке, технике, естествознании и экономике: синтез, анализ, диагностика»: Труды международной «Конференции по логике, информатике, науковедению – КЛИН - 2007»(г. Ульяновск, 17-18 мая 2007г). – Ульяновск: УлГТУ, 2007г. – Том 4. – С. 121 – 123.
4. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Методика анализа процесса деформирования пленочно-тканевого композита с учетом геометрической и физической нелинейности // «Математическое моделирование и краевые задачи: МЗЗ»: Труды четвертой Всероссийской научной конференции с международным участием. Ч. 1: Математические модели механики, прочности, надежности элементов конструкций. – Самара: СамГТУ, 2007 г. – С. 119 – 121.
5. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Методика анализа ячейки ПТКМ в геометрически нелинейной постановке // «Электромеханические и внутрикамерные процессы в энергетических установках, струйная акустика и диагностика, приборы и

- методы контроля природной среды, веществ, материалов и изделий»: труды 19 Всероссийской межвузовской научно-технической конференции. – Казань: КВАКУ, 2007 г. – С. 61 – 63.
6. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Деформирование представительной ячейки пленочно-тканевого композита при конечных перемещениях // Материалы XIII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А.Г. Горшкова. Тезисы докладов. – Москва: МАИ, 2007 г. – С. 139 – 140.
 7. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Деформирование представительной ячейки композита на тканевой основе при конечных перемещениях // Материалы XV Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2007). – Алушта, 2007 г. – С. 261 – 262.
 8. Шакирова А. М. Методика расчета напряженно-деформированного состояния пленочно-тканевого материала с учетом геометрической и физической нелинейностей // Материалы 59-й Республиканский научный конференции. Сборник научных трудов докторантов и аспирантов. Казань: КГАСУ, 2007 г. – С.93 – 97.
 9. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Моделирование процессов деформирования и деструкции структурных элементов композитов на тканевой основе // «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов»: труды 22-ой международной конференции. – Санкт-Петербург, 2007 г. – С. 208 – 213.
 10. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Моделирование процессов деформирования и деструкции структурных элементов композитов на тканевой основе // «Математическое моделирование в механике деформируемых тел и конструкций. Методы граничных и конечных элементов»: Тезисы докладов XXII международной конференции. – Санкт-Петербург: «НИЦ «Моринтех», 2007 г. – С. 67.
 11. Каюмов Р.А., Куприянов В.Н., Мухамедова И.З., Сулейманов А.М., Шакирова А.М. Методика расчета долговечности пленочно-тканевого материала с учетом накопления микрповреждений и фотодеструкции при конечных перемещениях // Материалы XIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред». – Москва, 2008 г. – С. 115 – 117.
 12. Шакирова А.М. Анализ долговечности композиционных материалов, подверженных климатическим воздействиям // Тезисы докладов республиканской научной конференции. – Казань: КГАСУ, 2008 г. – С. 204.

Подписано в печать 12.05.08. Формат 60×90 1/16
Гарнитура Times New Roman Cyr, 10. Усл. печ. л. – 1,25.
Тираж 100 экз.

Типография «Познание» ИЭУП
Лицензия № 172 от 12.09.96 г.
420108, г. Казань, ул. Зайцева, д. 17